

Clase 25 10 Septiembre 2014

Título de la nota

10/09/2014

Continuando con la clase anterior

Deducción de la ecuación de eficiencia en un ciclo de Otto

$$\therefore \eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \times 100$$

Arreglando

Si se toman los procesos adiabáticos

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}$$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^{\gamma-1} \quad \text{donde}$$

$$V_1 = V_4 = V_A \quad V_2 = V_3 = V_B$$

de esta forma

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_A}{V_B} \right)^{\gamma-1}$$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{V_B}{V_A} \right)^{\gamma-1}$$

Separando

$$T_2 V_B^{\gamma-1} = T_1 V_A^{\gamma-1}$$

$$T_4 V_A^{\gamma-1} = T_3 V_B^{\gamma-1}$$

Acomodando

$$T_4 V_A^{\gamma-1} = T_3 V_B^{\gamma-1}$$

$$T_1 V_A^{\gamma-1} = T_2 V_B^{\gamma-1} \quad \text{restando}$$

$$(T_4 - T_1) V_A^{\gamma-1} = (T_3 - T_2) V_B^{\gamma-1}$$

$$\frac{(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)} = \frac{V_B \gamma^{-1}}{V_A \gamma^{-1}}$$

$$\frac{(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)} = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1}$$

per lo tanto

$$\begin{aligned} \therefore \eta &= 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \times 100 = 1 - \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} \times 100 \\ &= 1 - \frac{1}{\left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1}} \times 100 \end{aligned}$$

donde $\frac{V_A}{V_B} = r$ razón de compresión

Ejercicio con los siguientes datos calcular eficiencia del ciclo de Otto utilizando las diversas ecuaciones de balance de energía y de razón de compresión

$$T_{\text{más alta}} = 1600 \text{ K}$$

$$r = 8$$

$$n = 1 \text{ mol gas}$$

$$T_{\text{más baja}} = 310 \text{ K}$$

$$p_1 = 1 \text{ atm}$$

diatómico
perfecto

Respuesta

Observando las anteriores ecuaciones es posible la siguiente relación

$$\text{I)} \quad T_1 T_3 = T_2 T_4$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4}{T_3}$$

II) Cálculo de variables

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_A}{V_B} \right)^{\gamma-1} \quad \frac{V_A}{V_B} = 8 \quad \gamma = 1.4 \text{ diatómico}$$

$$T_2 = 310\text{K} (8)^{0.4} = 712.19\text{K}$$

$$T_4 = \frac{T_1 T_3}{T_2} = \frac{(310\text{K})(1600\text{K})}{(712.19\text{K})} = 696.44\text{K}$$

$$p_1 = 1\text{atm} \quad p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = 1\text{atm} (8)^\gamma = 8^{1.4} = 18.37\text{atm}$$

p3 proceso calentamiento isocórico

$$p_3 = \frac{T_3}{T_2} (p_2)$$

$$p_3 = \frac{1600\text{K}}{712.19\text{K}} (18.37\text{atm}) = 41.29\text{atm}$$

$$p_4 = p_3 \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^\gamma = 41.29\text{atm} \left(\frac{1}{8} \right)^{1.4} = 2.24\text{atm}$$

$V_3 = V_B$ $\frac{V_A}{V_B} = 8$

cálculo de volumen

$$V_1 = \frac{nRT_1}{P_1} = \frac{(1\text{ mol})(0.082 \frac{\text{atm}\cdot\text{L}}{\text{mol}\cdot\text{K}})(310\text{K})}{1\text{atm}} = 25.42\text{L}$$

$$V_2 = \frac{1}{8}V_1 = 3.1775\text{L}$$

$$r = \frac{25.42\text{L}}{3.1775\text{L}} = 8 \quad \text{La razón es comprobada}$$

III Cálculo de eficiencia

Ecuación 1

$$\% \eta = \frac{(T_3 - T_2) + (T_1 - T_4)}{(T_3 - T_2)} \times 100 = \frac{[(1600\text{K} - 712.19\text{K}) - (310\text{K} - 696.44\text{K})]}{(1600\text{K} - 712.19\text{K})} \times 100$$

ó

$$= 56.47\%$$

$$\% \eta = \frac{(T_3 - T_2) - (T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)} \times 100 = 56.47\%$$

Ecuación 2

$$\% \eta = 1 - \left(\frac{V_B}{V_A} \right)^{\gamma-1} \times 100 = 1 - \left(\frac{1}{8} \right)^{1.4-1} = 56.47\%$$

$$\% \eta = 1 - \frac{1}{\left(\frac{V_A}{V_B} \right)^{\gamma-1}} \times 100 = 1 - \frac{1}{8^{1.4-1}} = 56.47\%$$

Se comprueba equivalencia de las ecuaciones

Ecuación 3

$$\% \eta = \frac{Q_c + Q_F}{Q_c} \times 100 = \frac{n \overline{C}_V^{\text{I}} (T_3 - T_2) + n \overline{C}_V^{\text{IV}} (T_1 - T_4)}{n \overline{C}_V (T_3 - T_2)}$$

el calor solo es función de los procesos isocóricos

I Calentamiento isocórico

II Enfriamiento isocórico

$\% \eta =$ ecuación 1

$$\% \eta = 56.47\%$$

Ecuación 4

$$\% \eta = \frac{W_{\text{ciclo}}}{Q_{\text{caliente}}} = \frac{W_{\text{I}} + W_{\text{III}}}{Q_{\text{caliente}}} \times 100$$

$$\% \eta = \frac{\cancel{R} (T_2 - T_1) + \cancel{R} (T_4 - T_3)}{\cancel{R} \bar{C}_V (T_3 - T_2)} \times 100$$

Simplificando

$$\% \eta = \frac{R \left[(T_2 - T_1) + (T_4 - T_3) \right]}{C_V (T_3 - T_2)} \times 100$$

para un gas diatomico $\gamma = 1.4$ $\gamma = \frac{\bar{C}_p}{\bar{C}_v}$

$$R = \bar{C}_p - \bar{C}_v$$

por lo tanto

$$\% \eta = \frac{\frac{\cancel{R}}{1-\gamma} \left[(T_2 - T_1) + (T_4 - T_3) \right]}{\frac{5}{2} \cancel{R} [T_3 - T_2]} \times 100$$

$$\% \eta = \frac{\frac{1}{1-\gamma} \left[(T_2 - T_1) + (T_4 - T_3) \right]}{5/2 (T_3 - T_2)} \times 100$$

$$\% \eta = \frac{\left(\frac{1}{1-1.4} \right) \left[(712.19\text{K} - 310\text{K}) + (696.44\text{K} - 1600\text{K}) \right]}{5/2 (1600\text{K} - 712.19\text{K})} \times 100$$

$$\% \eta = \frac{-2.5 \left[(402.19\text{K} - 903.56) \right]}{5/2 (1600\text{K} - 712.19\text{K})} = \frac{501.37\text{K}}{887.81\text{K}} \times 100 = 56.47\%$$

Se comprueba que la ecuación 4 genera ecuación 5 equivalente

$$\% \eta = \frac{R(1-\alpha)^{-1} [(T_2 - T_1) + (T_4 - T_3)] \times 100}{\bar{C}_V (T_3 - T_2)}$$

Tarea dibujar el gráfico p vs V

Ciclo endotérmico $\% \eta_{\text{maxima}} > \% \eta_{\text{otto}}$

$$\% \eta_{\text{máximo}} = \frac{T_c - T_f}{T_c} \times 100 = \frac{1600\text{K} - 310\text{K}}{1600\text{K}} \times 100 = 80.62\%$$

$$\% \eta_{\text{otto}} = 56.47\% \quad =$$

$$\% \eta_{\text{máxima}} > \% \eta_{\text{otto}} \quad \checkmark$$

Tarea
Revisar mezclado
de gases ideales y los
perfectos *