# Clase 14 28 Agosto 2015

Título de la nota 31/08/2015

Proceso adiabático

- Reversible
  - expansión
  - compresión
- Se necesitan 7 isolíneas para obtener el comportamiento (2 isobaras, 2 isocoras, 2 isotermas 1 adiabata)
- Irreversible
  - expansión
  - compresión

# Proceso Adiabatico Reversible

(Deducción de la relación de variables)

si $q = 0$ $\quad \Delta U = -w$

$$\Delta U = -w$$
$$dU = -\delta w$$

$$n\bar{C}_v dT = -p\,dV \quad \text{si es reversible}$$

$$\cancel{n}\bar{C}_v dT = -\cancel{n}RT\frac{dV}{V}$$

$$\bar{C}_v dT = -RT\frac{dV}{V}$$

$$\bar{C}_v \frac{dT}{T} = -R\frac{dV}{V}$$

de acuerdo a la relación de Mayer

$$\bar{C}_p = \bar{C}_v + R$$

$$R = \bar{C}_p - \bar{C}_v$$

y de acuerdo al coeficiente isentrópico

$$\gamma = \bar{C}_p / \bar{C}_v \quad \text{adimensional}$$

$$\gamma > 1 \quad \neq 0 \quad \text{nunca toma valores negativos}$$

Continuando

$$\bar{C}_v \frac{dT}{T} = -R \frac{dv}{v}$$

$$\bar{C}_v \frac{dT}{T} = -(\bar{C}_p - \bar{C}_v) \frac{dv}{v} \quad \therefore$$

$$\frac{dT}{T} = -\left(\frac{\bar{C}_p - \bar{C}_v}{\bar{C}_v}\right) \frac{dv}{v}$$

$$\frac{dT}{T} = -(\gamma-1)\frac{dV}{V}$$

Integrando

$$\int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = -(\gamma-1)\int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

$$\ln\frac{T_2}{T_1} = -(\gamma-1)\ln\frac{V_2}{V_1} \qquad \ln\frac{T_2}{T_1} = \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

aplicando Leyes de Logaritmos

$$e^{\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)} = e^{\ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}}$$

aplicando Función inversa

$$\boxed{T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}} \quad \ldots\ldots \quad 1$$

de Forma general

Sí fuera isotérmico $x = 1$

$$T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{x-1}$$

Fórmula correcta

$$T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{1-1} = T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{0} = T_2 = T_1$$ isotérmico

A partir de 1 obtener la relación T y P

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{\cancel{n}RT_1/p_1}{\cancel{n}RT_2/p_2}\right)^{\gamma-1}$$

eliminando

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{T_1/P_1}{T_2/P_2}\right)^{\gamma-1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{T_1 P_2}{T_2 P_1}\right)^{\gamma-1} \quad \therefore \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\gamma}\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{-1}\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\gamma-1}$$

$$\cancel{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{1}}\ \cancel{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{-1}}\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\gamma} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\gamma-1}$$

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\gamma} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\gamma-1}$$

eliminando

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma}} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\gamma-1/\gamma} \quad \therefore \quad \boxed{T_2 = T_1\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\gamma-1/\gamma}}$$

2

de forma general $T_2 = T_1\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{x-1}{x}}$ sí fuera isobárico $x = 0$

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{x} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{x-1}$$

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{0} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{0-1} = 1 = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1} = P_2 = P_1$$ comprobado

Fórmula correcta

De 1 obtener la relación P vs V

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \qquad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

$$\frac{P_2V_2/\cancel{n}R}{P_1V_1/\cancel{n}R} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$ eliminando $$\left(\frac{P_2V_2}{P_1V_1}\right) = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \cancel{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^1}\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}\cancel{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{-1}}$$ eliminando

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} \quad \therefore \quad P_2V_2^{\gamma} = P_1V_1^{\gamma}$$

$$\boxed{P_2 = P_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}}$$

Si fuera isobárico $x = 0$

de forma general

$$p_2 V_2^x = p_1 V_1^x$$

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^x \quad \therefore \quad p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^0 = p_1 (1)$$

$$p_2 = p_1$$

Comprobado la Fórmula es correcta

# Cálculo de trabajo adiabático Reversible

Es posible calcularlo a partir de $\Delta U = -w$

$$w = -\Delta U$$

Si se conoce $T_2$ y $T_1$ sin embargo se puede obtener otra forma de cálculo a partir de

$$pV^{\gamma} = cte$$

$$W = P\int_{V_1}^{V_2} dV$$

$$P = \frac{cte}{V^{\gamma}}$$

$$W = cte\int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^{\gamma}}$$

$$W = cte\, \frac{V^{-\gamma+1}}{1-\gamma}\Bigg|_{V_1}^{V_2}$$

$$W = \frac{PV^{\gamma}\left(V^{-\gamma+1}\right)}{1-\gamma}\Bigg|_{V_1}^{V_2}$$

$$= \left. \frac{p V^{\gamma} V^{-\gamma} V^{1}}{1-\gamma} \right|_{V_1}^{V_2}$$

$$W = \left. \frac{pV}{1-\gamma} \right|_{V_1}^{V_2} = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{1-\gamma}$$

$$\boxed{W_R = \frac{nR(T_2 - T_1)}{1-\gamma}}$$

Proceso Adiabático Reversible

# Analizando la fórmula

$$W = \frac{p_2V_2 - p_1V_1}{1-\gamma} = \frac{(N/m^2)(m^3) - (N/m^2)(m^3)}{1-\gamma} = N\cdot m = J$$

si hay expansión

$p_2V_2 < p_1V_1$ y $W = +$

$\gamma > 1 \neq 0$

y no es negativo

(adimensional)

si hay compresión

$p_2V_2 > p_1V_1$ y $W = -$

# Analizando la fórmula

$$W = \frac{nR(T_2 - T_1)}{1-\gamma} = \frac{\cancel{mol}\,(J/\cancel{mol}\,\cancel{K})}{1-\gamma}$$

si hay expansión

$T_2 < T_1$ y $W = +$

si hay compresión

$T_2 > T_1$ y $W = -$

$\gamma > 1 \neq 0$

y no es negativo (adimensional)

de Forma general

$$W = \frac{nR(T_2 - T_1)}{1-x} \quad ó \quad \frac{p_2V_2 - p_1V_1}{1-x}$$

si fuera isobárico $x = 0$

y $p_1 = p_2$

$$W_R = \frac{p_2(V_2 - V_1)}{1-0} = p_{op}(V_2 - V_1)$$

Comprobado dado que el proceso isobárico es el mismo trabajo de Forma reversible o irreversible