Clase 38 6 octubre 2015

Título de la nota 06/10/2015

Ecuación de Berthelot evolución de Van der Waals

(1907)

Berthelot { parametros reducidos } Ley estados correspondientes → $\boxed{Z}$ Factor compresibilidad

Parámetros reducidos Adimensionales

$$P_r = \frac{P_{sistema}}{P_c}$$

$$T_r = \frac{T_{sistema}}{T_c}$$

$$V_r = \frac{\bar{V}_{sistema}}{\bar{V}_c}$$

Ley estados correspondientes

2 gases se pueden comparar si sus parámetros reducidos son iguales

Ecuación de Berthelot

$$P = \frac{RT}{\bar{V}-b} - \frac{a}{\bar{V}^2 T}$$

$$\begin{cases} a = \dfrac{27}{64}\dfrac{R^2 T_c^3}{p_c} = \dfrac{atm\, L^2}{mol^2} K \\ b = \dfrac{R T_c}{8 p_c} = L/mol \end{cases}$$

despejar T

$$p(\bar{V}^2 T) = \left(\frac{RT}{\bar{V}-b} - \frac{a}{\bar{V}^2 T}\right)\bar{V}^2 T$$

$$p\bar{v}^2T = \frac{\bar{v}^2T^2R}{\bar{v}-b} - a$$

$$pv^2T + a = \frac{v^2T^2R}{\bar{v}-b}$$

$$(pv^2T)(\bar{v}-b) + a(\bar{v}-b) = v^2T^2R$$

reacomodando

$$v^2T^2R - pv^2T(\bar{v}-b) - a(\bar{v}-b) = 0$$

reacomodando

$$T^2 - T\,\frac{(p\bar{v}^2)(\bar{v}-b)}{\bar{v}^2 R} - \frac{a(\bar{v}-b)}{\bar{v}^2 R} = 0$$

$$T^2 - \left[\frac{p}{R}(\bar{v}-b)\right]T - \frac{a(\bar{v}-b)}{\bar{v}^2 R} = 0$$

checando unidades

$$K^2 - \left[\frac{atm}{\frac{atm\,L}{mol\,K}}\left(\frac{L}{mol} - \frac{L}{mol}\right)\right]K - \frac{\frac{atm\,L^2\,K}{mol^2}\left(\frac{L}{mol} - \frac{L}{mol}\right)}{\left(\frac{L}{mol}\right)^2 \frac{atm\,L}{mol\,K}} = 0$$

ordenando

$$K^2 - K^2 - K^2 = 0$$

$$T^2 - T - cte = 0$$

Aquí hay una raíz positiva elevada al cuadrado

por lo tanto el análisis dimensional es correcto

Ejercicio

Obtener T de comportamiento Berthelot cuando 10 mol de N_2 se encuentran en un sistema cerrado a 40 atm ocupando un volumen de 20L. Comparar contra el modelo ideal y dibujar el gráfico p vs V para localizar el punto del sistema y justificar el comportamiento del N_2.

Datos

$P_c = 33.5 \text{ atm} \qquad T_c = -147°C = 126.15 K$

Respuesta

$$T^2 - \frac{p(\bar{v}-b)}{R}T - \frac{a(\bar{v}-b)}{\bar{v}^2 R}$$

$$a = \frac{27}{64}\frac{(0.082\,\text{atmL/molK})^2(126.15\text{K})^3}{(33.5\,\text{atm})} = \boxed{174.0667\ \frac{\text{atm}\,L^2\,K}{\text{mol}^2}}$$

$$b = \frac{(0.082\,\text{atmL/molK})(126.15\text{K})}{8\,(33.5\,\text{atm})} = \boxed{0.03856\ L/\text{mol}}$$

$$\bar{V} = \frac{20\,L}{10\,mol} = \boxed{2\ L/mol}$$

Sustituyendo

$$T^2 - \frac{40\,atm\left(\frac{2\,L}{mol} - 0.03856\,L/mol\right)}{0.082\ atm\,L/mol\,K}\,T - \frac{174.0667\,\frac{atm\,L^2}{mol^2}\,K\left(\frac{2\,L}{mol} - 0.03856\,\frac{L}{mol}\right)}{\left(\frac{2\,L}{mol}\right)^2\left(0.082\ atm\,L/mol\,K\right)} = 0$$

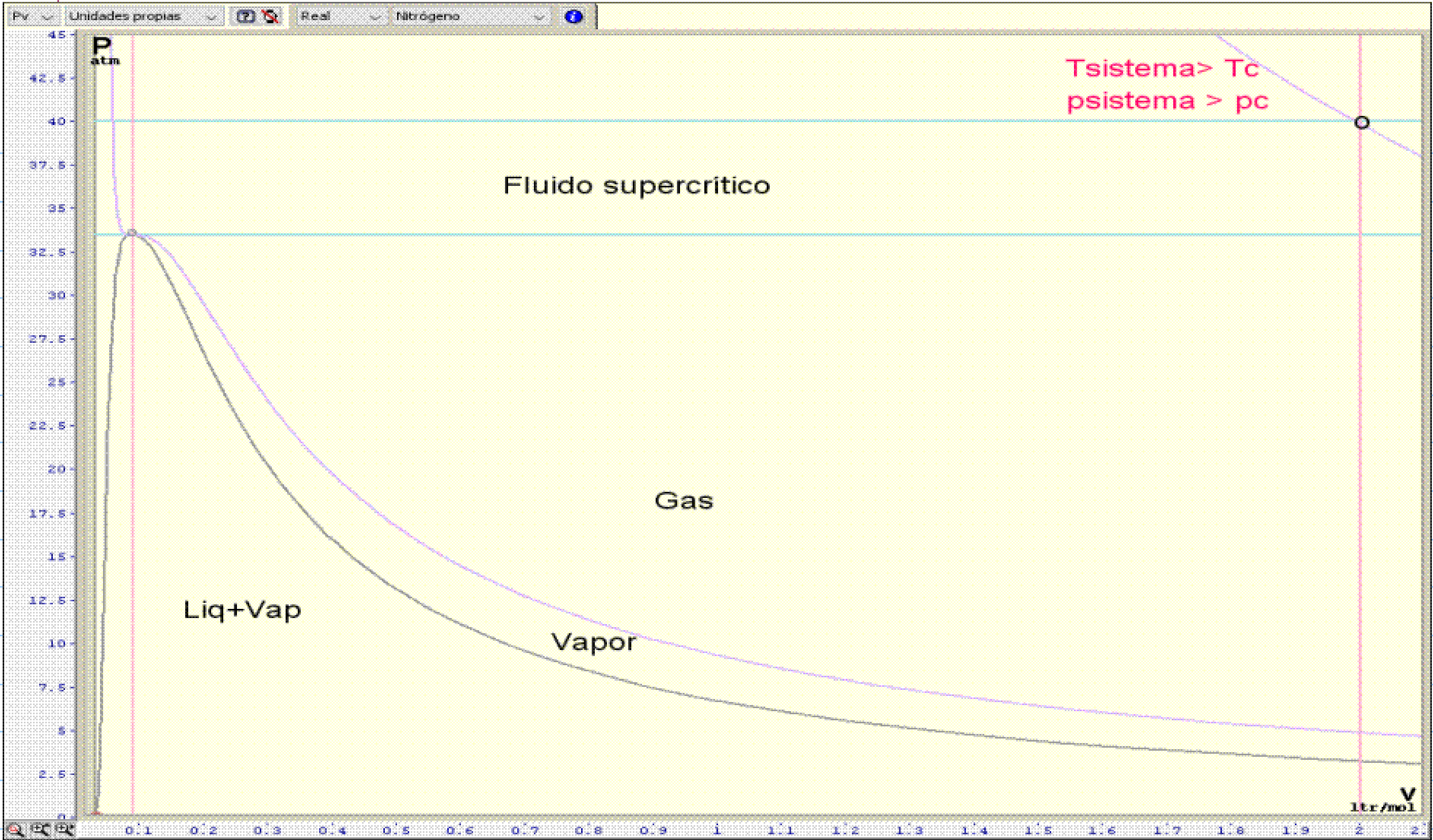
$$T^2 - 956.8\,T - 1040.9188$$ resolviendo

$$\boxed{T_1 = 957.88\,K} \qquad T_2 = -1.088\,K$$

Resolviendo

modelo ideal $T = \frac{p\bar{V}}{R} = \frac{40\ atm\left(\frac{2L}{mol}\right)}{0.082\ \frac{atmL}{molK}} = \boxed{975.6\ K}$

Localizando el punto del sistema en Termograf



Pv
Unidades propias
Real
Nitrógeno
P
atm
Tsistema> Tc
psistema > pc
Fluido supercrítico
Gas
Liq+Vap
Vapor
V
ltr/mol

El N_2 se comporta como fluido supercrítico

Tarea ✓

Obtener a y b de Berthelot dependientes de $\bar{V}_c$

Obtener el $\bar{V}$ tipo Berthelot

al compararse con la ecuación de Van der Waals

$$\bar{V}^3 - \bar{V}^2\left(b + \frac{RT}{P}\right) + \bar{V}\frac{a}{P} - \frac{ab}{P} = 0$$

como a depende de T se arregla y queda

$$\bar{V}^3 - \bar{V}^2\left(b + \frac{RT}{P}\right) + \bar{V}\frac{a}{PT} - \frac{ab}{PT} = 0$$

ecuación de Berthelot dependiente $\bar{V}$